

بررسی تاثیر تغییرات تدریجی فرکانس بر سیستم های دینامیکی

محمد صابری^۱

۱- هیات علمی دانشگاه آزاد واحد شبستر

چکیده :

در این مقاله سیستم های دینامیکی که تحت بار هامونیک قرار دارند مطالعه شده است. اغلب این سیستم های دینامیکی تحت فرکانس بالاتری نسبت به فرکانس رزونانس خود کار میکنند. لذا دامنه ارتعاش کوچکتری دارند. نیروی وارد بر این سیستم ها برای رسیدن به فرکانس کاری خود یک افزایش تدریجی را تجربه می کنند. بررسی ها نشان میدهد که اگر زمان رسیدن به فرکانس مورد نظر خیلی کوتاه باشد. تغییر چندانی در دامنه حداکثر ارتعاش ایجاد نمی شود. ولی در حالی که زمان رسیدن به فرکانس مورد نظر نسبت به پریود سیستم بالا باشد در اینحالت سیستم حتی دامنه ارتعاش حالت رزونانس خود را نیز تجربه خواهد کرد.

اگر Γ شیب افزایش فرکانس نیرو باشد در اینصورت افزایش Γ باعث کاهش پاسخ دینامیکی R_d (نسبت پاسخ حداکثر سیستم به پاسخ استاتیکی) میگردد و برعکس با کاهش Γ مقدار R_d افزوده می گردد و در یک حالت حدی $r < 0.1$ مقدار R_d به حالت رزونانس $R_d = 1 / (2\zeta \sqrt{1 - 2\zeta^2})$ نزدیک میشود و فرکانس لحظه ای نیرو در حالت پاسخ حداکثر به فرکانس تشدید سیستم دینامیکی میل میکند. نتیجه فوق برای حالت کاهش تدریجی فرکانس نیرو نیز صادق میباشد.

لذا لازم است در اینگونه سیستم ها برای کنترل R_d زمان رسیدن به فرکانس مورد نظر ، بصورت سنجیده محاسبه شود. کلمات کلیدی: فرکانس کاری ، T_d زمان رسیدن به فرکانس کاری یا زمان کاهش فرکانس کاری ، فرکانس لحظه ای

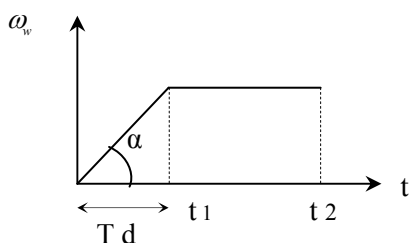
مقدمه:

در این مطالعه تغییرات متفاوتی برای فرکانس نیروها در گرفته شده و اثرات آنها مطالعه و مقایسه شده است. در شکل زیر نمونه ای از نیرو با فرکانس متغیر نشان داده شده است.

پاسخ سیستم های دینامیکی تحت بارگذاری هامونیک بستگی به درصد میرایی و فرکانس نیروی هامونیک و مشخصات خود سیستم دینامیکی دارد. ولی آنچه که در این میان لحاظ نمی شود این است که سیستم های دینامیکی در یک فاصله زمانی به فرکانس کاری خود میرسند. و ممکن است در این فاصله زمانی پاسخی را تجربه کنند که با پاسخ حالت کاری خود متفاوت باشد. بنابراین لازم است پاسخ سیستم ها و ماشین آلات حساس برای ارزیابی بهتر، برای نیروهای با فرکانس متغیر مطالعه شوند.

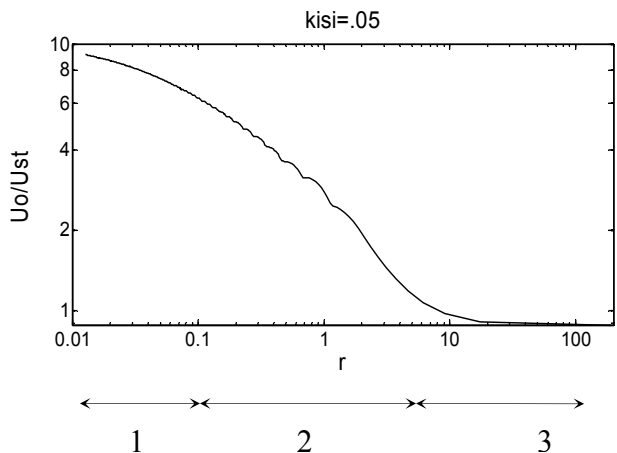
۱-۱ افزایش خطی فرکانس نیرو

در اینحالت فرض میشود که فرکانس نیرو بصورت خطی تا یک فرکانس مشخص (فرکانس کاری ω_w) تغییر میکند. شکل ۱.

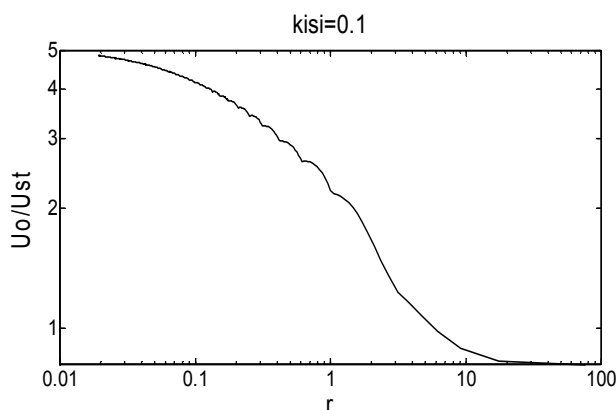


۲-۱-۱ پاسخ سیستم دینامیکی

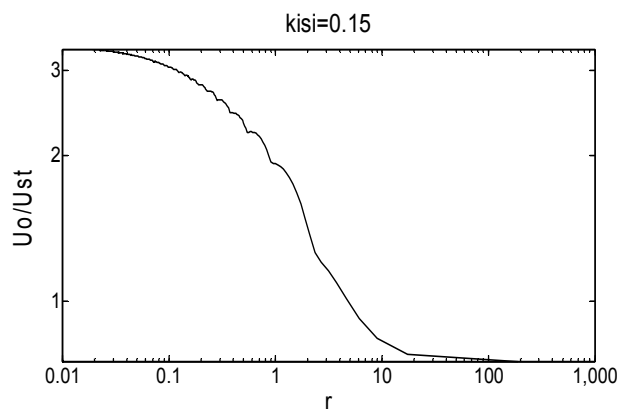
در شکل ۱-۲ و ۲-۲ و ۳-۲ پاسخ سیستم دینامیکی تحت میرایی های $\zeta = 0.05, 0.10, 0.15$ ترسیم شده است.



شکل ۱-۲



شکل ۲-۲



شکل ۳-۲

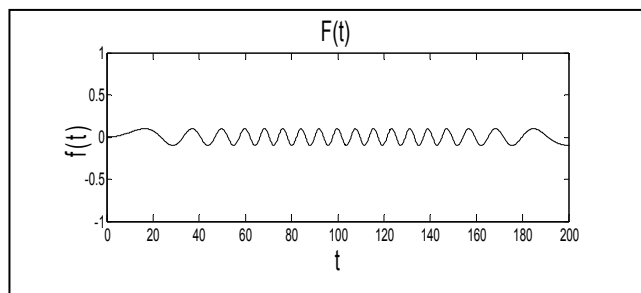
برای بررسی بهتر محورهای مختصات بصورت لگاریتمی می باشند. محور افقی Γ (شیب افزایش فرکانس نیرو) و محور قائم

شکل ۱

۱-۱-۱ مشخصات نیرو

برای بررسی بهتر، زمان رسیدن به فرکانس کاری (T_d) با زمان تناوب سیستم دینامیکی T_n همپایه شده و فرکانس کاری نیز با فرکانس طبیعی سیستم (ω_n) همپایه خواهد شد. آنچه در پاسخ سیستم دینامیکی، تحت نیرو با فرکانس متغیر، موثر بوده و مستقل از مقدار فرکانس کاری و زمان رسیدن به می باشد.

شیب یا نرخ افزایش فرکانس نیرو می باشد.



که در این بررسی آنرا با Γ نشان خواهیم داد که مقدار آن از رابطه ۱ محاسبه می شود.

رابطه ۱:

$$r = \tan \alpha = (\omega_w / \omega_n) / (T_d / t)$$

برای اعمال تغییرات فرکانس نیرو مطابق ش ۱ لازم است نیرو بصورت رابطه $P = P_o \sin y$ تعریف گردد که y در این رابطه از:

$$y = \begin{cases} at^2 & t \leq t_1 \\ \alpha t + \beta & t_1 < t \leq t_2 \end{cases}$$

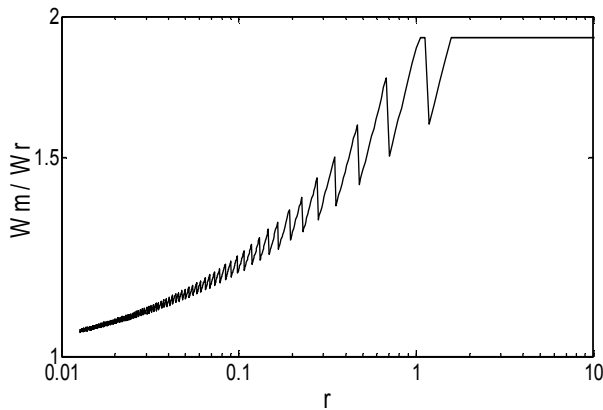
محاسبه می شود که در عبارت بالا

$$a = \omega_w / 2t_1$$

$$\alpha = 2at_1$$

$$\beta = -at_1^2$$

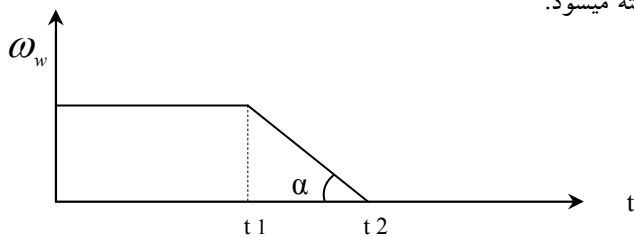
می باشند. در این بررسی چون فرکانس ثابت نیست از فرکانس لحظه ای که بصورت مشتق y تعریف می شود. $\omega_m = dy/dt$ استفاده خواهد شد.



شکل ۳

۳-۱ کاهش خطی فرکانس نیرو

در این حالت فرکانس نیرو مطابق ش ۴ از مقدار ω_w بصورت خطی کاسته میشود.



شکل ۴

در این حالت مقدار y بصورت زیر تعریف میشود:

$$y = \begin{cases} at & t \leq t_1 \\ at^2 + \beta t + \gamma & t_1 \leq t \leq t_2 \end{cases}$$

که در عبارت بالا

$$a = \omega_w$$

$$\alpha = at_2 / (t_2 - t_1)$$

$$\gamma = at_1 + at_1^2 / 2(t_2 - t_1) - at_2 t_1 / (t_2 - t_1)$$

میشوند.

پاسخ سیستم برای میرایی های ۰.۰۵ و ۰.۱ و ۰.۱۵ در اشکال ۱-۵

و ۲-۵ و ۳-۵ ترسیم شده است.

می باشد. همانطوری که ملاحظه میشود هرچقدر نرخ افزایش فرکانس نیرو بیشتر باشد مقدار دامنه پاسخ دینامیکی سیستم کمتر میشود. طیف پاسخ را میتوان به سه ناحیه تقسیم کرد.

ناحیه اول: محدود $r \leq 0.1$:

در این ناحیه مقدار R_d بزرگ بوده ولی شیب آن کم است و سیستم در حالت حدی برای مقادیر کمتر Γ به مقدار پاسخ تشدید سیستم $(R_d = 1 / (2\zeta \sqrt{1 - 2\zeta^2}))$ سوق پیدا میکند.

ناحیه دوم: محدوده $0.1 \leq r \leq 4$

در این ناحیه شیب یا نرخ تغییرات R_d زیاد میباشد و سیستم به تغییرات فرکانس نیرو حساستر میباشد.

ناحیه سوم: محدوده $r \geq 4$

در این ناحیه مقدار R_d کم است و شیب تغییرات آن نیز کم بوده و در حالت حدی زمانی Γ خیلی بزرگ باشد پاسخ سیستم به تغییرات فرکانس حساس نبوده و پاسخ سیستم با حالتی که فرکانس نیرو ثابت و برابر ω_w باشد، یکی میشود. این سه ناحیه در ش ۱-۲ نشان داده شده است.

لذا به نظر میرسد اگر بخواهیم پاسخ سیستم های دینامیکی را تحت نیرو با فرکانس متغیر بهبود ببخشیم لازم است هرچقدر میتوانیم زمان رسیدن به فرکانس کاری سیستم را کاهش دهیم.

۲-۱ فرکانس لحظه ای مربوط به پاسخ حداکثر

در شکل ۳ تغییرات فرکانس لحظه ای $\omega_m = dy/dt$ برحسب Γ نشان داده شده است که تغییرات آن شبیه تغییرات R_d میباشد. همانطوری که ملاحظه میشود مقدار آن در حالتی که Γ خیلی کوچک باشد به مقدار فرکانس تشدید سیستم دینامیکی میل میکند.

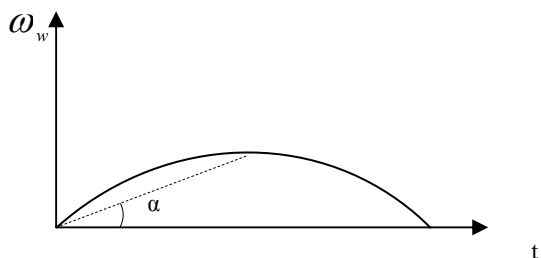
$$(\omega_m = \omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2})$$

در شکل های ۲-۵ و ۳-۵ در محدوده ۲ منحنی بعلت تاثیر پاسخ های گذرا بصورت دندانان ای بوده که هرچقدر مقدار T کمتر شود بعلت افزایش زمان T_d تاثیر پاسخ گذرا کمتر میشود.

در محدوده ۳ نیز مقدار R_d بعلت مقدار کم T_d ، تغییر نمیکند.

۴-۱ نیروبا فرکانس سهمی وار

در اینحالت فرکانس نیرو مطابق ش ۶ بصورت سهمی تغییر میکند. در اینحالت مقدار α مطابق شکل زاویه ای است که رأس سهمی را به مبدا مختصات وصل میکند.

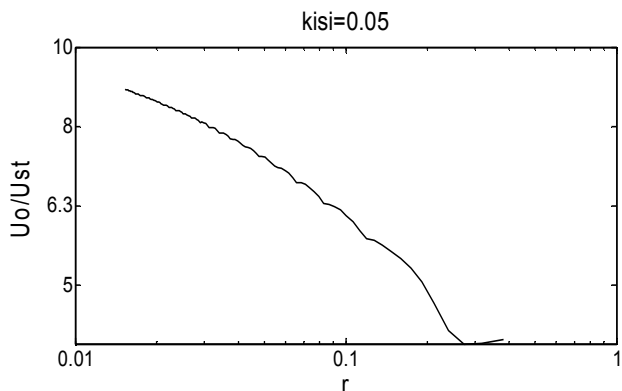


شکل ۶

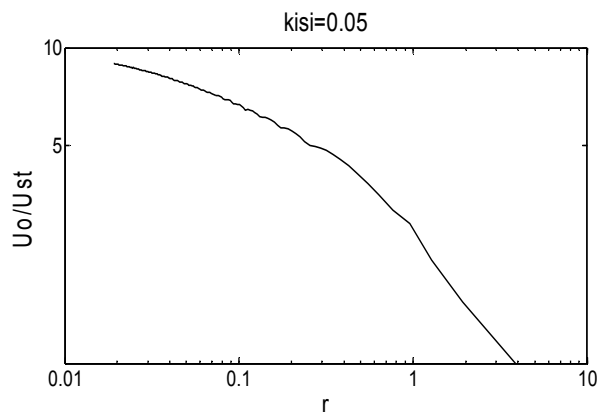
برای آنکه تغییرات فرکانس مطابق شکل ۶ باشد لازم است که مقدار y بصورت زیر تعریف شود:

$$y = \left(\frac{-4\omega_w}{3t_2^2}\right)x^3 + 2\frac{\omega_w}{t_2}x^2$$

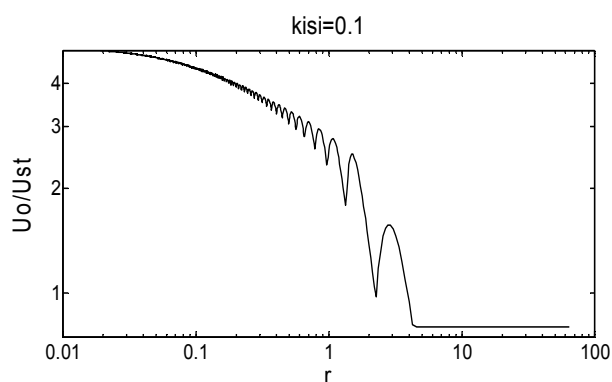
پاسخ سیستم برای میرایی های ۰.۱ و ۰.۰۵ در اشکال ۱-۷ و ۲-۷ ترسیم شده است.



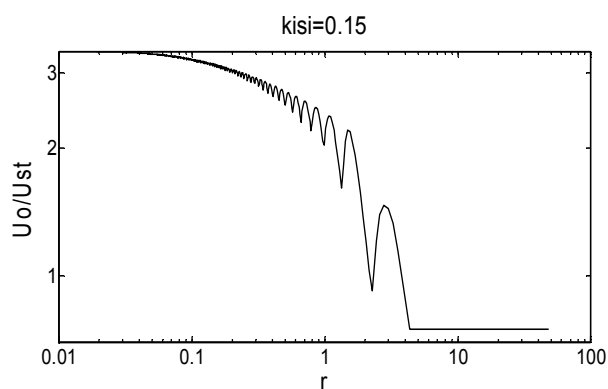
شکل ۱-۷



شکل ۱-۵



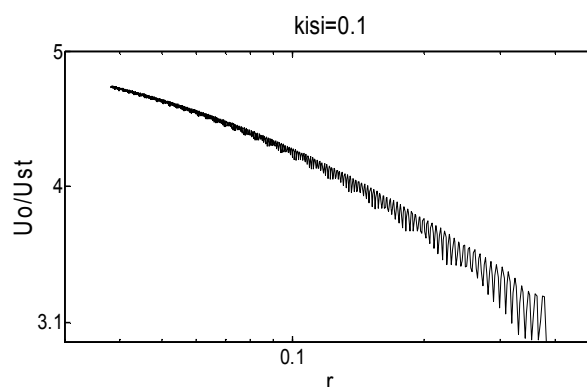
شکل ۲-۵



شکل ۳-۵

آنچه که ملاحظه میشود بیانگر این است که افزایش شیب تغییرات نیرو باعث کاهش پاسخ سیستم R_d می گردد. در حالت حدی زمانی که $r < 0.10$ باشد سیستم به پاسخ حالت رزنانس نزدیک می شود.

۳- این سیستم ها در یک محدوده میانی $0.1 < r < 10$ به نرخ افزایش فرکانس ها بسیار حساس بوده طوری که تغییرات ناچیز در شیب فرکانس نیرو، پاسخ سیستم را چندین برابر تغییر میدهد. لذا لازم است که برای سیستم ها و ماشین آلات حساس به حرکات ارتعاشی، شیب افزایش فرکانس نیرو بصورت مناسب تعیین شود.



شکل ۲-۷

همانطوری که ملاحظه می گردد افزایش شیب α (کاهش زمان رسیدن به فرکانس ω_w البته با تغییرات سهمی) باعث کاهش پاسخ سیستم R_d می گردد. در حالت حدی زمانی که $r < 0.10$ باشد سیستم حتی پاسخ حالت رزونانس را نیز تجربه خواهد کرد.

در محدوده های ۲ و ۳ پاسخ بصورت دندانه ای بوده که هرچقدر مقدار r کاسته میشود، بعلت افزایش زمان T_d ، اثرات پاسخ گذرا نیز کم شده و حالت دندانه ای آن کاسته شده و در نهایت نیز به پاسخ تشدید سیستم میرسد.

۲- نتیجه گیری

همانطوری که در بررسی های بالا نشان داده شد. میتوان گفت:

۱- هر چقدر r (شیب افزایش فرکانس نیرو) بیشتر شود و یا عبارتی سیستم سریعتر به فرکانس کاری خود برسد، پاسخ حداکثر سیستم کاسته میشود.

۲- دو حالت حدی میتوان برای این سیستم ها با فرکانس متغییر در نظر گرفت. الف- حالتی که r خیلی بزرگ باشد. در اینصورت رفتار سیستم با حالتی که فرکانس نیرو ثابت باشد چندان متفاوت نیست. ب- حالتی که r خیلی کوچک باشد در اینصورت رفتار سیستم با حالتی که فرکانس نیرو با فرکانس تشدید ($\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$) اثر میکند، یکی خواهد بود.