

بررسی محل بهینه تقویت با FRP برای سازه های ضعیف بتنی در نرم افزار sap2000 با استفاده از تحلیل پوش آور

نویسنده: کامیار محبوبی^۱، محمد صابری^{۲*}

۱- دانشگاه آزاد اسلامی - واحد شبستر

۲- هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی - واحد شبستر

saberi52@iaushab.ac.ir

خلاصه

بیش از یک دهه است که مقوله بهبود و ارتقای کیفی زیر ساخت های دانش مهندسی ساختمان یکی از مهمترین موارد به حساب می آید. خراب شدن و از بین رفتن ستون و عرشه پل ها، تیرها، ستون ها، دیوارهای ساختمان ها و مواردی همچون بالا رفتن سن سازه، عوامل مضر و مخرب محیطی، طراحی یا ضعف اجرایی و همچنین تغییر کاربری سازه ها و آیین نامه های قدیمی و یا حوادثی همچون زلزله نسبت داده می شود. از طرفی در اجرای تقویت سازه های بتن آرمه معمولاً محل بهینه تقویت چندان مورد توجه واقع نمی شود. از این رو تقویت محل مناسب سازه و بالا بردن هر چه بیشتر مقاومت سازه و کاهش هزینه های مقاوم سازی از موارد بسیار مهم و مورد توجه محققین مختلف بوده است. در این تحقیق، هدف اصلی بررسی سازه بتنی مقاوم سازی شده در حالات مختلف تقویت المان ها با استفاده از الیاف FRP بوده است. به این منظور ابتدا چند سازه بتنی با تعداد طبقات مختلف که دارای ضعف می باشد (نمونه شاهد یا تقویت نشده) مدلسازی شده که این سازه با نام S70 شناخته می شود. این سازه را طوری تقویت می کنیم که از بیشترین ظرفیت سازه استفاده بشود و همچنین ستون ها بعد از تیرها وارد مرحله غیر خطی بشوند. در مرحله بعد سازه ی مورد نظر را به روش های گوناگونی همچون تقویت کل سازه، تقویت قاب ها بصورت یک در میان، تقویت المانها بصورت یک در میان، تقویت قاب های خارجی سازه، تقویت هسته سازه و ... مورد بررسی قرار می دهیم تا با استخراج برش پایه، دریافت طبقات، نیروی داخلی المانها و مقدار FRP مصرفی، بهینه ترین روش برای تقویت سازه را بدست آوریم. نتایج بدست آمده از آنالیزهای روش های مختلف نشان می دهد که تقویت هسته سازه، شرایط بهتری از بابت برش پایه، دریافت طبقات، نیروی داخلی المانها و مقدار FRP مصرفی نسبت به سایر روش ها دارند که سطح عملکردی ایمنی جانی (LS) را با تقویت به وسیله FRP برای سازه تامین می کنند.

کلمات کلیدی: مقاوم سازی، الیاف FRP، سطوح عملکردی، محل بهینه

مقدمه

بسیاری از سازه های بتنی موجود در کشور دارای ضعف هایی می باشند. که این ضعف ها ممکن است در اثر زلزله، خطاهای طراحی، خطاهای اجرایی، افزایش بار سازه ای، تغییرات آیین نامه ای، تغییرات کاربری سازه و ... باشد. جهت بهره برداری از این سازه ها و استفاده بهینه، بطوری که برای ما هم از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه بوده و هم ایمنی سازه را تامین بکند، نیازمند تقویت و مقاوم سازی سازه هستیم. مقاوم سازی سازه های موجود یکی از موثرترین روش ها برای کاهش خطرات احتمالی سازه ها می باشد. که در سال های اخیر، تحقیقات مهمی در جهت ترمیم و تقویت سازه های بتنی برای بالا بردن سطح عملکردی سازه انجام شده است. از این رو آشنایی با روش های صحیح مقاوم سازی جزو الزامات جدی مهندسان کشور است.

انتخاب روش تقویت

اعضای سازه ای بسته به مقاومت لرزه ای مورد نظر، میزان آسیب دیدگی با روش های مختلفی از قبیل: ژاکت های بتنی، ژاکت های فولادی، الیاف FRP و... مرمت و تقویت می شوند.

هر یک از روش های ذکر شده دارای معایب و مزیت هایی بسته به شرایط کاری و اهداف مورد نظر دارند که از این شرایط می توان به:

- شرایط بکار گیری در تقویت
- حد اثر بخشی مصالح تعمیری در تقویت اجزا
- ابعاد لایه تقویتی و تغییر در هندسه و وزن سازه
- دوره زمانی اجرای طرح تقویت
- هزینه اجرای طرح تقویت

اشاره کرد. و همچنین با توجه به روش های ذکر شده الیاف FRP دارای کمترین مدت زمان اجرایی و دارای کمترین دخالت ممکن در وضعیت موجود سازه و هزینه های کمتر و ... به عنوان روشی مناسب جهت تقویت سازه مورد بررسی قرار می گیرد.

مواد FRP از دو جزء اساسی تشکیل می شوند؛ فایبر (الیاف) و رزین (ماده چسباننده). فایبرها که اصولاً الاستیک، ترد و بسیار مقاوم هستند و جزء اصلی در ماده FRP محسوب می شوند. رزین ها اصولاً به عنوان یک محیط چسباننده عمل می کند، که فایبرها را در کنار یکدیگر نگاه می دارد. فایبر ممکن است از شیشه، کربن، آرامید باشند. که هر یک از این نوع الیاف دارای مشخصات مربوط به خود می باشند که بسته به نوع سازه مورد مقاوم سازی و پارامترهای تعیین کننده دیگر از جمله شرایط کاری و هزینه برآورد شده و... مورد استفاده قرار می گیرند.[۱]

با توجه به اینکه ضریب ارتجاعی الیاف کربن از تمامی انواع الیاف FRP دیگر بالاتر می باشد و همچنین دارای مقاومت بالا در برابر خستگی می باشند و علاوه بر آن ضریب انبساط گرمایی خطی این نوع الیاف در دماهای بالا و پایین

بسیار کم می باشند. استفاده از الیاف کربن جهت مقاصد بهسازی سازه ها پیشنهاد می گردد. که در این تحقیق نیز جهت انجام مدل سازی سازه در نرم افزار SAP2000 از مشخصات الیاف کربن CFRP استفاده شده است.

جزئیات مدلسازی

در این تحقیق مدل مورد بررسی بر روی سه سازه ۵ طبقه، ۷ طبقه و ۹ طبقه صورت گرفته است؛ که سازه ۷ طبقه به عنوان سازه مبنا و نمونه در این قسمت شرح داده می شود، که دارای چهار دهانه در جهت محور X ها و سه دهانه در محور Y ها می باشد که طول دهانه ها برابر ۵ متر، ارتفاع طبقات ۳.۲ متر می باشد. برای بررسی مقاوم سازی بهینه سازه با FRP، سازه به روش های مختلفی مقاوم سازی شده است. در مدل اول (S71) تمامی المان ها با FRP مقاوم سازی شده است. در مدل دوم (S72) قاب ها بصورت یک در میان مقاوم سازی شده است. در مدل سوم (S73) تیرها از یک قاب و ستون ها از قاب دیگر مقاوم سازی شده است. در مدل چهارم (S74) المان های هر قاب بصورت یک در میان تقویت شده اند. در مدل پنجم (S75) قاب های خارجی سازه و در مدل ششم (S76) هسته سازه (قاب های داخلی سازه) تقویت شده است.

نرم افزار مورد استفاده و مشخصات سازه

مدل هایی که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است، در نرم افزار SAP2000. v16 مدلسازی شده است. که بررسی مدلسازی ها نیز از تحلیل استاتیکی غیرخطی (پوش آور) استفاده شده است. بارگذاری سازه ها به شرح زیر انجام شده است: بار مرده بام ۵۰۰ و طبقات مشابه برابر 600 kgf/m^2 و بار زنده بام ۱۵۰ و طبقات 200 kgf/m^2 فرض می شود.

ضریب زلزله

متغیرهای موثر در ضریب زلزله که از رابطه $C=ABI/R$ به دست می آید را به صورت زیر در نظر گرفتیم.

خطر نسبی لرزه خیزی منطقه خیلی زیاد می باشد (تهران). $A=0.35$

ضریب اهمیت سازه متوسط در نظر گرفته شده $I=1$

نوع خاک: تیپ ۳

ضعف عمدی سازه

سازه بر اساس آیین نامه های قدیمی که نیرو و محدودیت های کمتری نسبت به آیین نامه جدید دارد طراحی شده و همچنین مقاطع المان ها کوچکتر از حد ظرفیت برای آیین نامه ۲۸۰۰ ویرایش چهارم می باشد. لذا با تقویت سازه، سازه را مقاوم سازی نموده و ضعف سازه را جبران می نماییم. [۲]

مفاصل پلاستیک

در تحلیل های استاتیکی غیر خطی (پوش آور) اثر P-Delta در نظر گرفته شده است. برای اختصاص مفاصل غیرخطی به اعضا، از مفاصل اتوماتیک موجود در نرم افزار که به صورت منحنی نیرو- تغییر مکان تعریف شده، استفاده شده است. در فواصل $0.05L$ و $0.95L$ از دو انتهای ستون ها و تیرها که برای ستون ها $P-M_2-M_3$ و برای تیرها M_3 استفاده شده است. [۳]

روش انجام تحلیل استاتیکی غیرخطی

در روش استاتیکی غیر خطی، بار جانبی ناشی از زلزله، استاتیکی و به تدریج به صورت فزاینده به سازه اعمال می شود تا آنجا که تغییر مکان در نقطه کنترل (مرکز جرم بام) تحت اثر بار جانبی، به تغییر مکان هدف برسد و یا سازه فرو ریزد. این تغییر مکان در واقع نشان دهنده همان تغییر مکانی است که سازه در زلزله طرح تجربه خواهد کرد. میزان خسارت هایی که در این تغییر مکان به سازه وارد می شود بیانگر میزان خسارت های وارده به سازه در اثر زلزله طرح خواهد بود. بنابراین می توان گفت آنالیز pushover در حین سادگی ابزار قدرتمندی برای ارزیابی عملکرد لرزه ای سازه ها در برابر زلزله می باشد، و دید مناسبی از رفتار سازه از ابتدای تغییر شکل تا رسیدن به یک حد معین از تغییر مکان ارائه می دهد و روش بسیار مناسبی است که موثر بودن یا ناکارآمدی روش بهسازی را معلوم می سازد. از این رو استفاده از این روش طراح را قادر می سازد تا با انجام اصلاحات لازم بهترین رفتار لرزه ای را در سازه بوجود آورد. [۴]

برای تعریف الگوی بار جانبی سه روش وجود دارد:

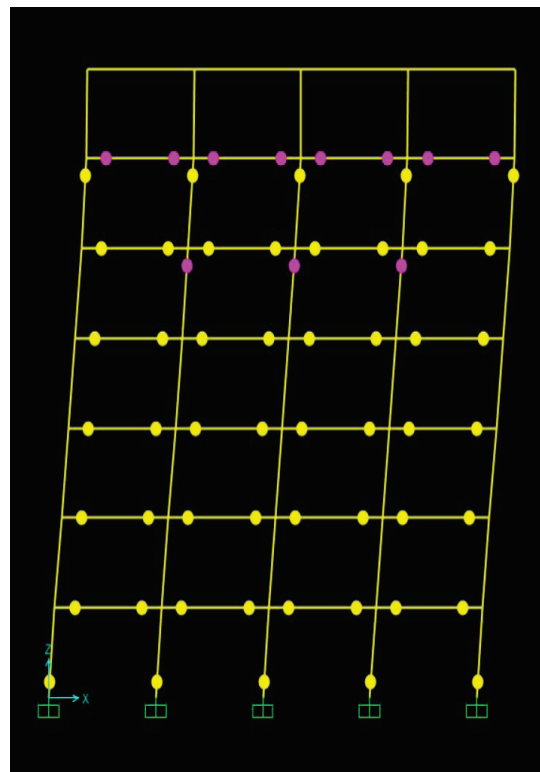
- ۱- الگوی بار یکنواخت یا مستطیلی (Uniform)
- ۲- الگوی بار متناسب با توزیع استاتیکی (مثلث وارون)
- ۳- الگوی متناسب با موده های سازه

در این تحقیق برای اعمال خروج از مرکزیت توسط نرم افزار از الگوی بار (۲) استفاده شده و تنظیمات در نرم افزار SAP2000 برای الگوی بار جانبی در جهت X انجام گرفته است.

حداکثر تغییر مکان در آیین نامه ۲۸۰۰ برابر ۰.۰۲ ارتفاع می باشد. ولی پیش فرض نرم افزار تغییر مکان را ۰.۰۴ ارتفاع در نظر می گیرد.
سطوح عملکردی

یعنی رفتار مورد انتظار سازه تحت بارگذاری مورد نظر، که ما سه سطح عملکردی داریم:

- ۱- سطح عملکردی IO : قابلیت استفاده بی وقفه (که انتظار داریم سازه آسیب های جزئی ببیند)
 - ۲- سطح عملکردی LS : ایمنی جانی (اعضای سازه آسیب می بینند ولی خسارت جانی صورت نمی گیرد)
 - ۳- سطح عملکردی CP : آستانه فرو ریزش (سازه مقاومت خود را از دست می دهد)
- بعد از تعریف پوش های مورد نظر سازه را تحت آنالیز قرار می دهیم.



شکل ۱ سازه ضعیف

همانگونه که مشاهده می شود سازه سطح عملکردی مورد نظر (LS) را تامین نکرده و نیاز به مقاوم سازی دارد.

اختصاص و طراحی مقاطع طراحی شده با الیاف CFRP در نرم افزار SAP2000

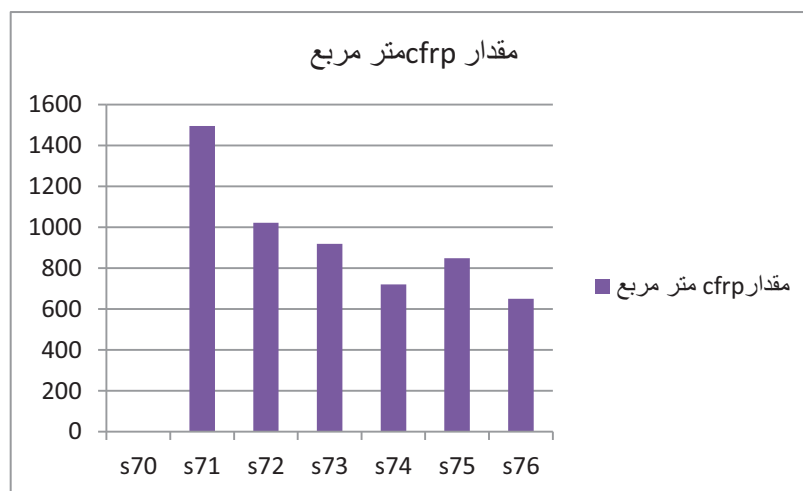
جهت تقویت سازه فوق باید تیر و ستون های تقویت شده با الیاف CFRP جایگزین تیر و ستون های ضعیف در سازه بشوند. که ابتدا خواص مواد تقویت کننده سازه که شامل مدول الاستیسته، ضریب پواسیون، مدول برشی مواد، وزن مخصوص و جرم مخصوص می باشد را به نرم افزار SAP2000 وارد می کنیم. [5]

بعد از تعریف خصوصیات الیاف CFRP نوبت به محصور کردن تیر و ستون سازه می رسد که از قسمت section designer مقطع مورد نظر را طراحی می کنیم. بعد از طراحی این مقاطع، تیر و ستون ها را بر اساس الگوهای ذکر شده به سازه اعمال می کنیم.

بعد از اختصاص دادن المان های تقویت شده تیر و ستون به سازه دیگر نمی توانیم از مفاصل پلاستیک اختصاص یافته قبلی (Auto) که به مقاطع بتنی تعریف کردیم استفاده کنیم، لذا جهت انجام این کار باید مفاصل پلاستیک را به صورت دستی (manual) به نرم افزار وارد بکنیم. جهت انجام این کار باید به سراغ تحقیقاتی که در این مورد صورت گرفته رفته و از اطلاعات موجود تحقیقات استفاده کرد. در مقاله ای تحت عنوان بررسی و آنالیز استاتیکی غیر خطی تقویت بتن، مقاوم سازی شده با FRP که در سال 2010 توسط آقای مارکو ساویو به صورت آزمایشگاهی انجام شده بود، از مشخصات این مفاصل پلاستیک بدست آمده در این تحقیق استفاده شده است. بعد از اختصاص موارد فوق، سازه را در حالات مختلف از قبیل مقدار مصرف FRP، برش پایه، جابجای طبقات و نیروهای داخلی مورد بررسی قرار می دهیم. [6]

مقدار FRP مصرف شده در حالت های مختلف

برای مدل های S71 تا S76 که در هر کدام از آنها نحوه مقاوم سازی متفاوت از هم بوده است، مقدار FRP مصرفی بر حسب متر مربع، برآورد و در شکل زیر آورده شده است. لازم به ذکر است که در برآورد FRP سطح جانبی المان هایی که در آنها از FRP استفاده شده است، در برآورد FRP محاسبه شده است.

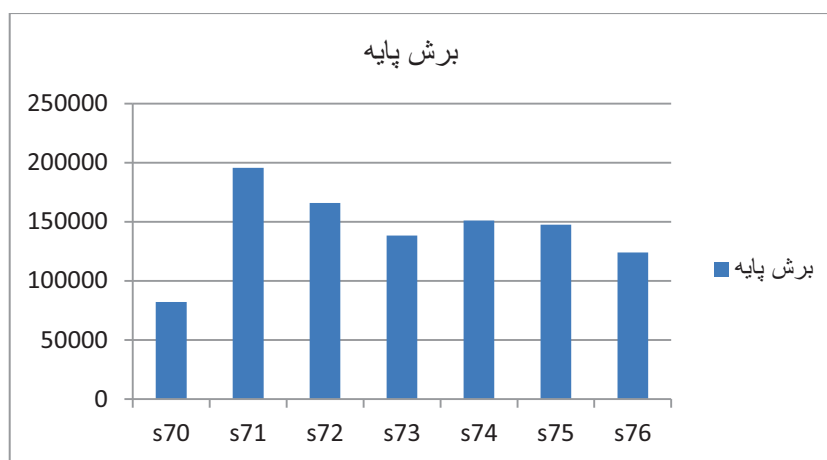


شکل ۲ مقدار مصرف FRP

با توجه به شکل بالا مشاهده می شود که مقدار FRP در مدل S76 که در آن المان های داخلی سازه (هسته سازه) تقویت شده است از بقیه مدل ها و روش های مقاوم سازی شده کمتر می باشد. بیشترین مقدار FRP مربوط به مدل S71 است که در آن تمام المان ها تقویت شده است. در مدل S76 هم مقدار FRP ۶۴۹ متر مربع بوده است. لذا در حالت کلی مقدار FRP در مدل های پنج طبقه و نه طبقه نیز در حالتی که فقط هسته سازه تقویت می شود، نسبت به سایر حالات کمترین مقدار را دارند.

بررسی برش پایه در حالت های مختلف مقاوم سازی شده

مقدار نیروی جانبی بازتاب شده در سازه بستگی زیادی به سختی جانبی سازه دارد. استفاده از FRP باعث تغییر سختی المان های مقاوم جانبی سازه ها می شود. برش پایه سازه ها برداشته شده و نتایج در شکل زیر آورده شده است.

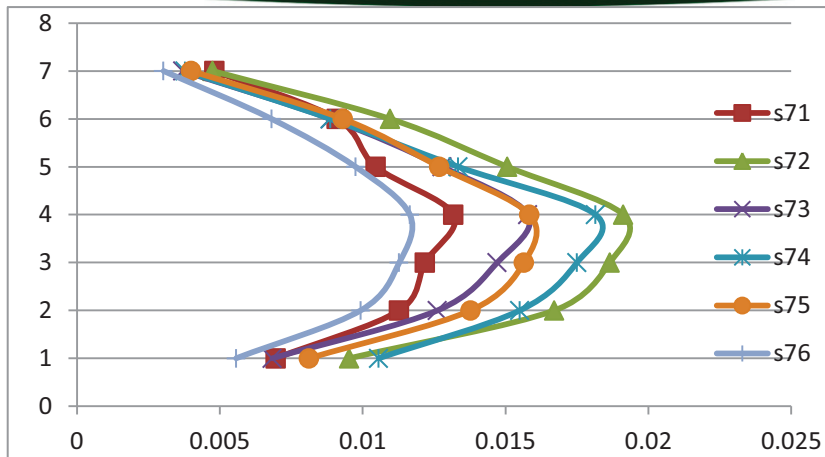


شکل ۳ برش پایه

همچنین که پیش بینی شده بود، مقدار برش پایه در سازه هایی که دارای سختی بیشتری هستند مقدار برش پایه وارده از طرف نیروی زلزله در تحلیل غیرخطی بیشتر می باشد. از اینرو نشان دهنده بازتاب بیشتر نیروی زلزله در سازه های با سختی بیشتر می باشد. نتایج نشان می دهد که مقدار برش پایه در مدل S76 که المان های داخلی سازه (هسته سازه) تقویت شده اند نسبت به سایر مدل ها کمتر است. چون در این مدل مقدار FRP مصرفی نیز کمتر بوده است، پس سختی جانبی نیز کمتر شده است. همچنان که از نتایج می توان فهمید، مقدار بیشترین برش پایه نیز مربوط به مدل S71 است که در آن کل سازه تقویت شده است. بنابراین می توان گفت که تغییر سختی در المان های تقویت شده بوسیله FRP نسبت به سایر المانها بیشتر است.

بررسی دریافت طبقات

در بررسی مقدار بهینه FRP برای مقاوم سازی سازه مورد تحقیق در این پایان نامه، مقدار دریافت طبقات نیز در حالت های مختلفی که از FRP برای مقاوم سازی سازه استفاده شده است، مورد بررسی قرار گرفته است.

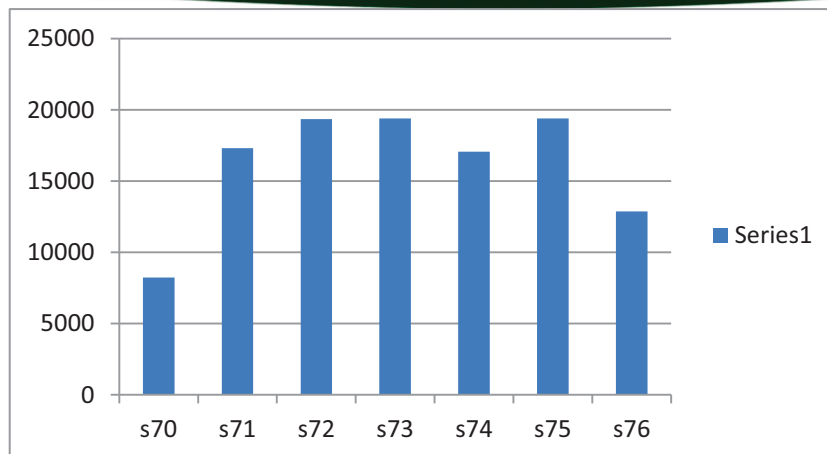


شکل ۴ دریفت طبقات سازه های مختلف

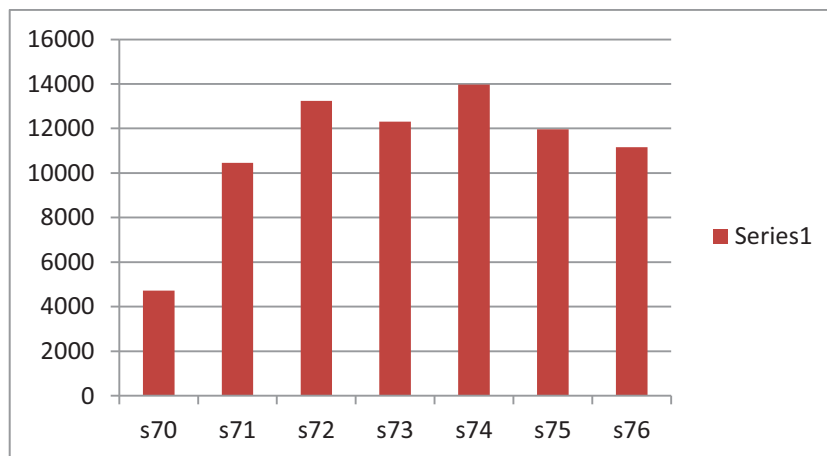
با بررسی نتایج دریفت طبقات مشاهده می شود که اختلاف ما بین مقادیر دریفت طبقات در طبقات میانی بیشتر از سایر طبقات است. با بررسی نتایج مشاهده می شود که مقدار دریفت طبقات در مدل S76 که در آن هسته سازه مقاوم سازی شده است، کمتر از دریفت سایر حالات می باشد. با توجه به نتایج می توان گفت که بیشترین مقدار دریفت هم مربوط به مدل S72 می باشد که در آن قاب ها بصورت یک در میان مقاوم سازی شده اند. در حالت کلی می توان گفت که مقدار دریفت طبقات نیز در حالت هایی که از FRP کمتری استفاده شده است، کمترین مقدار را داشته و در حد قابل قبول است.

بررسی نیروی داخلی المان ها

در سازه های که مقاوم سازی شده است، نیروی داخلی المان ها نیز کنترل می گردد تا از حد ظرفیت المان بیشتر نشود. مطلوبترین حالت مقاوم سازی، حالتی است که تنش در تمامی المان ها کمتر از تنش حد ظرفیت المان باشد. یعنی تمامی المان ها از نظر کنترل نیرو جوابگو باشند. از اینرو در این تحقیق نیز، مقدار نیروی داخلی ستون ها و تیرها برای حالت های مختلف استفاده از FRP بصورت جداگانه برای هر طبقه مورد بررسی قرار گرفته است. نمونه ای از نتایج برای نیروی ستون ها و تیرها در اشکال زیر آورده شده است.



شکل ۵ نیروی داخلی ستون طبقه سوم در حالت های مختلف استفاده از FRP



شکل ۶ نیروی داخلی تیر طبقه پنجم در حالت های مختلف استفاده از FRP

با بررسی نتایج مشاهده می شود که استفاده از FRP در سازه بصورت های مختلف، باعث تغییر در نیروی داخلی المان ها می شود. از طرفی مقدار اختلاف در طبقات نسبت بهم متفاوت هستند که نمونه ای از نمودارهای مربوط به نیروی داخلی سازه در بالا آورده شده است. با توجه به نتایج می توان گفت که در اکثر موارد مقدار نیروی داخلی المان ها در مدل S72 که در آن ستون ها از یک قاب و تیر ها از قاب دیگر مقاوم سازی قرار گرفته اند، بیشتر از سایر حالات می باشد. از طرفی کمترین مقدار نیروی داخلی نیز مربوط به مدل S76 است که در آن المان های داخلی سازه (هسته سازه) تقویت شده است. بنابراین می توان گفت که در مدل هایی که مقدار FRP در آنها کمترین مقدار را داشت، از نظر نیروی داخلی نیز کمترین مقدار مربوط به آنهاست.

نتیجه گیری

بحث اقتصاد در طرح های عمرانی یکی از اساسی ترین مباحث می باشد. سنجش هر طرح علاوه بر مسائل ایمنی، به مسائل اقتصادی طرح نیز وابسته است. از اینرو این بحث در کارهای مقاوم سازی از اهمیت بیشتری برخوردار می باشد. لذا در این تحقیق نیز که از FRP برای جبران ضعف سازه های مختلف بتنی استفاده شده است، حالت های مختلف مقاوم سازی بصورتی که طرح اجرایی و عملی باشد، مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. لازم به توضیح است در هر حالتی که المان ها تقویت شده اند، سطح عملکرد سازه ها نیز بصورت قابل قبولی تامین شده و سازه از نظر عملکرد معیارهای پذیرش را برآورد می سازد. نتایج حاصل از مقاوم سازی سازه فوق را در حالت های مختلف می توان به نتایج زیر اشاره نمود:

- ۱- تقویت المان های داخلی سازه (هسته سازه) ، کمترین مقدار FRP مصرفی را به خود اختصاص داده است. بطوری که در این حالت های مقاوم سازی، تمامی المان های مقاوم جانبی سطح عملکرد مورد نظر را تامین نموده است.
- ۲- مقدار برش پایه در حالتی که کل سازه تقویت شده و همچنین حالتی که قاب های پیرامونی تقویت شده اند، بیشتر از سایر حالات بوده و در حالتی که فقط هسته سازه تقویت شده اند، کمترین مقدار را دارند.
- ۳- مقدار دررفت طبقات نیز در حالت تقویت هسته سازه کمتر از سایر حالات مقاوم سازی بوده و بیشترین مقدار دررفت نیز مربوط به حالتی بود که قاب ها بصورت یک درمیان تقویت شده بودند.
- ۴- مقدار نیروی داخلی المان ها نیز در حالت تقویت هسته سازه، کمتر از سایر حالات استفاده از FRP در تقویت سازه مورد بررسی در این تحقیق بوده است.

مراجع

- ۱- دریا بیگی، سید رضا و همکاران. ۱۳۹۰، تقویت و بهسازی سازه های بتنی با مصالح FRP مفاهیم و کاربرد، انتشارات علم و ادب.
- ۲- آیین نامه طراحی ساختمان ها در برابر زلزله (۲۸۰۰ ویرایش چهارم)، ۱۳۹۳، مرکز تحقیقات راه، مسکن و شهرسازی.
- ۳- نشریه شماره ۳۴۵ سازمان مدیریت و برنامه ریزی کشور، ۱۳۸۵، راهنمای طراحی و ضوابط اجرایی بهسازی ساختمان های بتنی موجود با استفاده از مصالح تقویتی FRP.
- ۴- نشریه شماره ۳۶۰، ۱۳۹۲، دستورالعمل بهسازی لرزه ای ساختمان های موجود.
- 5- ACI 440.2R-02, (2002) "Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures", Reported by ACI Committee 440.
- 6- Marco Savioa and Nicola Barbara, 2010, " Considerations about non linear static analysis a reinforced concrete frame retrofitted with FRP" Mecaniaca Computacional Argentina, page 10173-10182.
- ۷- خالو، علیرضا. ۱۳۸۷، تقویت سازه های بتن مسلح با کامپوزیت FRP، انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف.
- ۸- داود مستوفی نژاد و حسن سعادت مند، ۱۳۸۶، پیش بینی رفتار بتن محصور در کامپوزیت FRP به روش اجزای محدود، نشریه بین المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران، شماره ۲، جلد ۱۸ صفحه ۶۴-۵۵ ویژه نامه مهندسی عمران.
- 9- FEMA 356, (2000), Pre-standard for the Seismic Rehabilitation of Buildings, U.S.
- 10- S. zarandi and Mahmoud r. maheri , 2015, "Seisnic performance of RC frames retrofitted by FRP at joints using a flange-bonded scheme" IJST, Transactions of civil Engineering Vol. 39; No. CI; PP 103-123.
- 11- Mohesen S. Asaei and Tze liang lau, 2013, Modeling FRP-confined RC Columns using SAP2000, World applied sciences journal 27 (12): 1717- 1736.
- 12- Kachlakev, D and Miller, T., 2001, Finite element modeling of reinforced concrete structures strengtgened with FRP laminates, Oregon Department of Transportation Research Group 200 Hawthorne SE, Suite B-240 Salem, OR 97301-5192.
- 13- Ferracuti, B. and Savoia, M., 2005, Cyclic behaviour of FRP-wrapped columns under axial and flexural loadings. Proceedings of the International Conference on Fracture, Turin, Italy.
- 14- Ferracuti, B., Savoia, M., Pinho, R. and Francia, R., 2006, Pushover analysis of FRP retrofitted RC frame. Proceedings of the First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, Geneva, Switzerland.
- 15- Elwood, K.J. and M.O. Eberhard, 2009, Effective stiffness of reinforced concrete columns. ACI Structural Journal, Vol: 106 (4).
- 16- Lam, L. and J. Teng, 2003a. Design-oriented stress-strain model for FRP- confined concrete in rectangular columns. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 22 (13): 1149-1186.

- 17- Cho, C.G. and M. Kwon, 2011. Nonlinear failure prediction of concrete composite columns by a mixed finite element formulation. *Engineering Failure Analysis*.
- 18- Yuan, X., 2008, Analysis and behaviour of FRP-confined short concrete columns subjected to eccentric loading, *Journal of Zhejiang University- Science A*,9(1):38-49.
- 19- Rocca, S., N. Galati and A. Nanni, 2009. Interaction diagram methodology for design of FRP-confined reinforced concrete columns. *Construction and Building Materials*, 23 (4): 1508-1520.